МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физика»

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ОПТИКА. АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Методические указания
для студентов-заочников

Часть 2

Ростов-на-Дону
2023

УДК 530.1

Составители: А.В. Благин, С.И. Егорова, Т.П. Жданова, Г.Ф. Лемешко,
О.А. Лещёва, И.Г. Попова, Н.В. Пруцакова, О.М. Холодова

Электромагнетизм. Механические и электромагнитные колебания. Волновая оптика. Квантовая оптика. Атомная и ядерная физика. Элементарные частицы: методические указания для студентов-заочников. Часть 2 / сост. А.В. Благин, С.И. Егорова, Т.П. Жданова, Г.Ф. Лемешко, О.А. Лещёва, И.Г. Попова, Н.В. Пруцакова, О.М. Холодова. – Ростов-на-Дону: Донской гос. техн. ун-т, 2023. – 54 с.

Цель методических указний – оказать помощь студентам-заочникам в изучении курса физики в первом семестре.

Включены рабочая программа второго семестра, основные формулы и законы, примеры решения и оформления задач, контрольные задания по разделам «Электромагнетизм», «Механические и электромагнитные колебания», «Волновая оптика», «Квантовая оптика», «Атомная и ядерная физика», «Элементарные частицы».

УДК 530.1

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Физика»
д-р физ.-мат. наук, профессор А.В. Благин

В печать 29.05.2023 г.

Формат 60×84/16 Объем 3,4 усл. п. л.

Тираж 50 экз. Заказ № 829

Издательский центр ДГТУ

Адрес университета и полиграфического предприятия:
344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Прежде чем приступить к выполнению контрольных работ, необходимо прочитать общие указания.

1. Физику студенты-заочники изучают в течение 2-х семестров.
2. В каждом семестре студент должен представить в деканат одну контрольную работу.
3. **Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариантов. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки. Например, к варианту 1 относятся задачи: 1.1; 1.11; 1.21; 1.31; 1.41; 2.1; 3.1; 4.1; 5.1; 5.11; 6.1; 6.11; 6.21;7.1; 8.1**.
4. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради. **Контрольная работа, выполненная в напечатанном виде, на проверку не принимается.**
5. Условия задач в контрольной работе надо переписать полностью, без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах необходимо оставлять поля.
6. Вникнув в условие задачи, сделать краткую запись, выразить все данные в системе СИ и, где это только возможно, дать схематический чертеж, поясняющий содержание задачи.
7. Выявив, какие физические законы лежат в основе данной задачи, решить ее в общем виде.
8. Проверив правильность общего решения, подставить числа в окончательную формулу и указать единицу измерения искомой физической величины, проверив правильность ее размерности.
9. При подстановке в расчетную формулу, значения величин представить в виде произведения десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 1250 надо записать $1{,}25 \cdot 10^3$. В таком виде представляется и окончательный ответ задачи. При получении численного ответа нужно обращать внимание на степень точности окончательного результата. Точность ответа не должна превышать точности, с которой даны исходные величины.
10. В тех задачах, где требуется начертить график, необходимо правильно выбрать масштаб и начало координатных осей.
11. В конце контрольной работы студент должен указать, какими учебниками или учебными пособиями пользовался при решении задач (название учебника, автор, год издания).

12. После проверки контрольной работы преподаватель может вернуть её на доработку.

13. Окончательное решение по контрольной работе принимает преподаватель во время устного собеседования со студентом, проводимого до сдачи экзамена.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «ФИЗИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ-БАКАЛАВРОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

2 семестр

Магнитное поле

Магнитное поле, его свойства и характеристики. Закон Ампера. Принцип суперпозиции магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение для расчета магнитных полей. Теорема о циркуляции (закон полного тока).

Взаимодействие параллельных токов. Контур с током в магнитном поле. Магнитный момент контура с током.

Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Ускорители заряженных частиц.

Магнитные моменты электронов и атомов. Намагниченность вещества. Магнитная проницаемость. Диа- и парамагнетики. Ферромагнетики и их свойства. Природа ферромагнетизма.

Электромагнитная индукция

Магнитный поток. Опыты Фарадея. Явление и закон электромагнитной индукции. Правило Ленца. Вихревые токи (токи Фуко).

Индуктивность контура. Самоиндукция. Токи при размыкании и замыкании цепи. Взаимная индукция. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

Ток смещения. Система уравнений Максвелла в интегральной форме и физический смысл входящих в нее уравнений. Электромагнитное поле как единство электрического и магнитного полей.

Механические колебания и волны

Гармонические колебания и их характеристики. Свободные незатухающие механические колебания. Пружинный и математический маятники. Скорость и ускорение, кинетическая, потенциальная и полная энергия материальной точки, совершающей незатухающие колебания. Свободные затухающие механические колебания. Их уравнение и характеристики.

Вынужденные механические колебания. Резонанс. Сложение колебаний.

Продольные и поперечные волны в упругой среде. Распространение волн. Фронт волны и волновая поверхность. Принцип Гюйгенса. Уравнение плоской бегущей волны. Длина волны. Звуковые волны.

Электромагнитные колебания и волны

Колебательный контур. Процессы в идеализированном колебательном контуре. Уравнение свободных незатухающих электромагнитных колебаний. Формула Томсона. Закон сохранения и превращения энергии в идеализированном колебательном контуре. Затухающие электромагнитные колебания в реальном колебательном контуре. Логарифмический декремент затухания и добротность колебательного контура.

Вынужденные электромагнитные колебания. Электрический резонанс.

Возникновение электромагнитных волн. Уравнение плоской электромагнитной волны. Энергия электромагнитной волны. Шкала электромагнитных волн. Применение электромагнитных волн.

Волновая оптика

Когерентность и монохроматичность световых волн. Интерференция света от двух точечных когерентных источников. Условия наблюдения максимумов и минимумов при интерференции. Кольца Ньютона. Применение интерференции. Интерферометры.

Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии. Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.

Дисперсия света. Опыт Ньютона. Нормальная и аномальная дисперсии.

Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Поляризация света при отражении и преломлении. Законы Брюстера и Малюса.

Квантовая оптика

Тепловое излучение и его характеристики. Абсолютно черное тело (АЧТ). Закон Кирхгофа. Законы Стефана-Больцмана и Вина. Распределение энергии в спектре излучения АЧТ. Формула Рэлея-Джинса и «ультрафиолетовая катастрофа». Квантовая гипотеза Планка. Формула Планка.

Внешний фотоэффект. Вольт-амперная характеристика и законы внешнего фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Энергия и импульс фотона. Применение фотоэффекта. Корпускулярно-волновой дуализм света.

Теория атома водорода по Бору

Модели атома Томсона и Резерфорда. Опыт Резерфорда. Ядерная модель атома. Постулаты Бора. Энергетический спектр атома водорода. Закономерности атомных спектров. Формула Бальмера.

Элементы квантовой механики

Корпускулярно-волновой дуализм свойств микрочастиц. Гипотеза де Бройля и ее экспериментальное подтверждение. Опыты Дэвиссона и Джермера.

Принцип и соотношения неопределенностей Гейзенберга.
Волновая функция, ее статистический смысл и условие нормировки.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Квантовая частица в одномерной потенциальной яме.

Элементы квантовой электроники

Спонтанное и индуцированное излучения. Инверсная заселенность энергетических уровней. Квантовые генераторы, их основные элементы и типы. Особенности лазерного излучения. Применение лазеров.

Элементы зонной теории твёрдых тел

Энергетические уровни электронов в атоме. Возникновение энергетических зон при образовании твердого тела из изолированных атомов. Заполнение зон при абсолютном нуле. Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной теории. Собственная и примесная проводимости полупроводников. p-n-переход и его свойства.

Элементы физики атомного ядра

Состав и характеристики атомных ядер. Дефект массы и энергия связи ядра. Ядерные силы.

Радиоактивное излучение и его виды. Закон радиоактивного распада. Правила смещения при радиоактивных распадах. Законы сохранения при ядерных реакциях.

Ядерные реакции и элементарные частицы

Цепная реакция деления. Коэффициент размножения нейтронов. Критическая масса. Атомная бомба и ядерный реактор. Реакция синтеза атомных ядер. Неуправляемая термоядерная реакция.

Классификация элементарных частиц. Частицы и античастицы. Лептоны и адроны, кварки.

Современная физическая картина мира.

Номер варианта	НОМЕРА ЗАДАЧ														
1	1.1	1.11	1.21	1.31	1.41	2.1	3.1	4.1	5.1	5.11	6.1	6.11	6.21	7.1	8.1
2	1.2	1.12	1.22	1.32	1.42	2.2	3.2	4.2	5.2	5.12	6.2	6.12	6.22	7.2	8.2
3	1.3	1.13	1.23	1.33	1.43	2.3	3.3	4.3	5.3	5.13	6.3	6.13	6.23	7.3	8.3
4	1.4	1.14	1.24	1.34	1.44	2.4	3.4	4.4	5.4	5.14	6.4	6.14	6.24	7.4	8.4
5	1.5	1.15	1.25	1.35	1.45	2.5	3.5	4.5	5.5	5.15	6.5	6.15	6.25	7.5	8.5
6	1.6	1.16	1.26	1.36	1.46	2.6	3.6	4.6	5.6	5.16	6.6	6.16	6.26	7.6	8.6
7	1.7	1.17	1.27	1.37	1.47	2.7	3.7	4.7	5.7	5.17	6.7	6.17	6.27	7.7	8.7
8	1.8	1.18	1.28	1.38	1.48	2.8	3.8	4.8	5.8	5.18	6.8	6.18	6.28	7.8	8.8
9	1.9	1.19	1.29	1.39	1.49	2.9	3.9	4.9	5.9	5.19	6.9	6.19	6.29	7.9	8.9
0	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	2.10	3.10	4.10	5.10	5.20	6.10	6.20	6.30	7.10	8.10

1. Электромагнетизм

Основные формулы

• Сила взаимодействия между двумя прямолинейными параллельными бесконечно длинными проводниками с токами I_1 и I_2, приходящаяся на единицу длины:

$$F = \frac{\mu_0 \mu \, I_1 I_2}{2\pi r},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость изотропной среды (для вакуума $\mu = 1$); r – расстояние между проводниками.

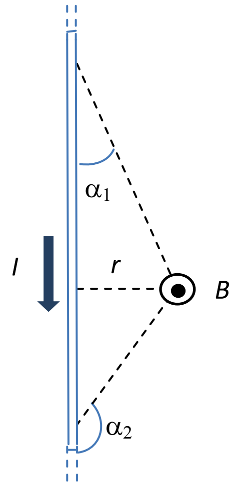
• Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \, \vec{H}.$$

• Принцип суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i \quad , \quad \vec{H} = \sum_i \vec{H}_i ,$$

где $\vec{B}_i(\vec{H}_i)$ – магнитная индукция (напряжённость), создаваемая каждым током или движущимся зарядом в отдельности.



• Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным прямолинейным провод-ником с током:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I}{r},$$

где r – расстояние от проводника с током до точки, в которой определяется магнитная индукция.

• Магнитная индукция поля, создаваемого прямолинейным проводником с током конечной длины:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{r} \left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2 \right),$$

где α_1, α_2 – углы между элементом тока и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам проводника.

• Магнитная индукция поля в центре кругового проводника с током:

$$B = \frac{\mu_0 \mu \, I}{2R},$$

где R – радиус кругового витка.

• Магнитная индукция поля на оси кругового проводника с током:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I R^2}{2\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}},$$

где R – радиус кругового витка; a – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

• Магнитная индукция поля внутри тороида:

$$B = \mu_0 \mu I n \frac{R}{r},$$

где n – число витков на единицу длины; $I \cdot n$ – число ампер-витков, R – радиус тороида, r – радиус витка.

• Магнитная индукция поля бесконечно длинного соленоида и внутри тороида, радиус которого значительно больше радиуса витка:

$$B = \mu_0 \mu I n .$$

• Магнитная индукция поля на оси соленоида конечной длины:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} I n \left(\cos \beta_1 - \cos \beta_2 \right),$$

где β_1, β_2 – углы между осью катушки и радиус-вектором, проведенным из данной точки к концам катушки.

• Сила Ампера, действующая на элемент dl проводника с током I в магнитном поле:

$$dF = BI \sin \alpha \cdot dl ,$$

где α – угол между направлениями тока и магнитной индукции поля.

• Магнитный момент контура с током:

$$\vec{p}_m = I S \vec{n} \quad \text{или} \quad p_m = I S ,$$

где S – площадь контура; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали (положительный) к плоскости контура.

• Вращающий момент сил, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$M = p_m B \sin \alpha ,$$

где α – угол между направлением нормали к плоскости контура и магнитной индукцией поля.

• Магнитный поток через площадку dS:

$$d\Phi = B_n dS ,$$

где $B_n = B \cos \alpha$, α – угол между направлениями вектора магнитной индукции и нормалью к площадке dS.

• Магнитный поток неоднородного поля через произвольную поверхность:

$$\Phi = \int_s B_n dS ,$$

где интегрирование ведется по всей поверхности.

• Магнитный поток однородного поля через плоскую поверхность площадью S:

$$\Phi = BS \cos \alpha .$$

• Работа перемещения проводника с током в магнитном поле:

$$dA = I \cdot d\Phi ,$$

где $d\Phi$ – поток магнитной индукции, пересеченный проводником при его движении.

• Работа перемещения контура с током в магнитном поле:

$$A = I \cdot \Delta\Phi ,$$

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром при его движении.

• Сила Лоренца, действующая на движущуюся заряженную частицу в магнитном поле:

$$F = qB\upsilon \sin\alpha ,$$

где q – заряд частицы; υ – скорость частицы; α – угол между направлениями скорости частицы и магнитной индукции поля.

• Радиус окружности и период вращения частицы, влетевшей в магнитное поле под углом 90° к силовым линиям индукции:

$$R = \frac{m\upsilon}{qB}, \qquad T = \frac{2\pi m}{qB},$$

где m – масса частицы; q - заряд частицы.

• Шаг винтовой траектории, по которой движется заряженная частица, влетевшая в магнитное поле под углом α к силовым линиям магнитного поля:

$$h = T \cdot \upsilon \cos\alpha .$$

• ЭДС индукции, возникающая в контуре при изменении магнитного потока $d\Phi$ (закон Фарадея):

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ или } \varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt},$$

где N – общее число витков в контуре.

• Разность потенциалов на концах проводника, движущегося в магнитном поле:

$$U = Bl\upsilon \sin\alpha ,$$

где υ – скорость движения проводника; l – длина проводника; α – угол между направлениями скорости движения проводника и магнитной индукцией поля.

• ЭДС индукции, возникающая в рамке, содержащей N витков площадью S, при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле:

$$\varepsilon = BNS\omega \sin\alpha .$$

• Заряд, протекающий в контуре при изменении потока, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром:

$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R}.$$

• ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt},$$

где $L = \Phi / I$ – индуктивность контура.

• Индуктивность соленоида:

$$L = \mu_0\mu\, n^2 l S = \mu_0\mu \frac{N^2}{l} S ,$$

где S – площадь поперечного сечения соленоида; l – длина соленоида; N – полное число витков.

• Энергия магнитного поля контура с током:

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

• Объемная плотность энергии магнитного поля:

$$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_0\mu\, H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи силой I = 60 А, расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке А, отстоящей от одного проводника на расстоянии r_1=5 см и от другого – на расстоянии r_2 = 12 см.

Дано:

I=60 А

d=10 см =0,1 м

r_1=5 см=0,05 м

r_2 = 12 см=0,12 м

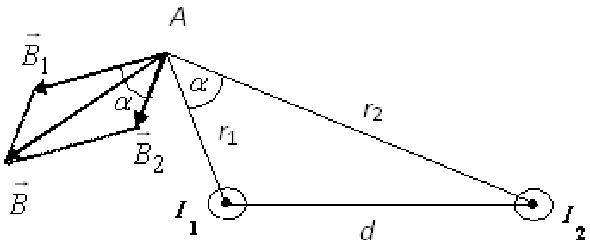
B – ?

Решение:

Для нахождения магнитной индукции B в точке А определим направления векторов индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей (по правилу «правого винта»), создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически, т.е. $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

Абсолютное значение индукции найдем по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos(\pi - \alpha)}.$$



Учитывая, что $\cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$, получаем

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}. \quad (1)$$

Значения индукции B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки, индукцию в которой мы вычисляем:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1},\ B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставив B_1 и B_2 в формулу (1) и вынеся $\frac{\mu_0 I}{2\pi}$ за знак корня, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}. \quad (2)$$

Проверяем наименования:

$$[B]=\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}}{\text{м}\cdot\text{м}}=\frac{\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А}}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}=\text{Тл}.$$

Вычислим угол α. Заметим, что $\alpha=\angle DAC$. Поэтому по теореме косинусов запишем $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha$, где d – расстояние между проводами. Отсюда $\cos\alpha=\dfrac{r_1^2+r_2^2-d^2}{2r_1r_2}$.

Подставив данные, вычислим значение косинуса:

$$\cos\alpha=\frac{(0.05)^2+(0.12)^2-(0.1)^2}{2\cdot 0.05\cdot 0.12}=0.576\ .$$

Подставив в формулу (2) значения μ_0, I, r_1, r_2 и $\cos\alpha$, найдем

$$\text{B}=\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{(0.05)^2}+\frac{1}{(0.12)^2}+\frac{2}{0.05\cdot 0.12}\cdot 0.576}=$$

$$=3086\cdot 10^{-7}\ \text{Тл}=308.6\ \text{мкТл}.$$

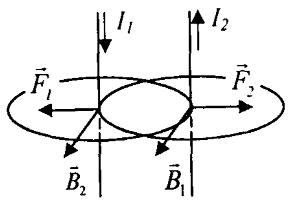
Ответ: $\text{B}=308.6$ мкТл.

Задача 2. По двум параллельным прямым проводникам длиной l = 2м каждый, находящимся в вакууме на расстоянии r = 10 см друг от друга, в противоположных направлениях текут токи I_1 = 50А и I_2 = 100А. Определить силу взаимодействия проводников между собой.

Дано:
l=2 м
r=10 см=0,1м
I_1=50 А
I_2=100 А

F – ?

Решение:



Согласно закону Ампера, на каждый элемент длины проводника dl с током I_2 действует в магнитном поле, создаваемом током I_1, сила

$$dF_1 = I_2B_1dl \qquad (1)$$

(её направление определено по правилу левой руки и указано на рисунке).

Аналогичные рассуждения (ток I_1 находится в магнитном поле, создаваемом током I_2) приводят к выражению

$$dF_2 = I_1B_2dl\ . \qquad (2)$$

Модули магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ определяются соотношениями:

$$B_1=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\ ,\quad B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}\ .$$

Подставив эти выражения в (1) и (2), получим, что по модулю

$$dF_1=dF_2=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}dl=dF \qquad (3)$$

(направления сил указаны на рисунке).

Проинтегрировав выражение (3), найдем искомую силу взаимодействия:

$$F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}\int_0^l dl=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}l\ .$$

Проверим наименования:

$$[F]=\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}\cdot\text{А}\cdot\text{м}}{\text{м}\cdot\text{м}}=\frac{\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А}\cdot\text{А}}{\text{А}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\text{А}}{\text{Кл}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{м}}=\text{Н}.$$

Вычисляя, получаем

$$F=\frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot50\cdot100\cdot2}{2\pi\cdot0{,}1}=20\cdot10^{-3}H=20\,мH\ .$$

Ответ: $F=20$ мН.

Задача 3. В однородном магнитном поле с индукцией B=0,1Тл равномерно вращается рамка, содержащая N=1000 витков, с частотой n=10с$^{-1}$. Площадь S рамки равна 150 см^2. Определить мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, соответствующее углу поворота рамки на 30^0.

Дано:
B=0,1 Тл
N=1000
n=10 с$^{-1}$
S=150см^2=150·10^{-4}м^2
α =30^0
ε_i – ?

Решение:

Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла

$$\varepsilon_i = -\,d\Psi/dt\ , \qquad (1)$$

где Ψ=NΦ – потокосцепление; N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ.

Подставив выражение для потокосцепления Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i=-N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При вращении рамки магнитный поток Φ, пронизывающий рамку в момент времени t, изменяется по закону

$$\Phi = BS\cos\omega t\ , \qquad (3)$$

где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая частота.

Решив совместно уравнения (1)–(3), найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = 2\pi nNBS\sin 30^0.$$

Проверим наименования:

$$\varepsilon_i=\frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{с}}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}=\frac{\text{Дж}}{\text{А}\cdot\text{с}}=\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}=B.$$

Произведя вычисления, получим

$$\varepsilon_i = 2\pi\cdot10\cdot1000\cdot0{,}1\cdot150\cdot10^{-4}\cdot\sin 30^0 = 47{,}1\ \text{В}.$$

Ответ: ε_i=*47,1* В.

Задача 4. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U=400 В, попал в однородное магнитное поле с индукцией B=1,5 мТл. Определить: 1) радиус R кривизны траектории; 2) частоту ν вращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям индукции.

Дано:
U = 400 В
B = 1,5 мТл
$\vec{\upsilon}\perp\vec{B}$
R – ?
ν – ?

Решение:

1. На движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $F=|e|\upsilon B\sin\alpha$.

(Действием силы тяжести можно пренебречь.)

Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона сила Лоренца является центростремительной силой, т.е.

$$|e|\upsilon B\sin\alpha = m\upsilon^2/R\,, \tag{1}$$

где e, υ, m – заряд, скорость, масса электрона; B – индукция магнитного поля; R – радиус кривизны траектории; α – угол между направлениями вектора скорости $\vec{\upsilon}$ и индукции $\vec{B}$ (в нашем случае $\vec{\upsilon}\perp\vec{B}$, $\alpha = 90^0$, $\sin\alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем

$$R = \frac{m\upsilon}{|e|B}. \tag{2}$$

Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U, получает энергию $|e|U$,которая переходит в кинетическую энергию $m\upsilon^2/2$, т.е. $|e|U = m\upsilon^2/2$. Отсюда $\upsilon = \sqrt{2|e|U/m}$.

Подставив это выражение в формулу (2), получим выражение для радиуса кривизны:

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|e|}}\,. \tag{3}$$

Подставляем числа в выражение (3):

$$R = \frac{1}{1.5\cdot 10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 400}{1{,}6\cdot 10^{-19}}} = 45\cdot 10^{-3}\,м.$$

Проверим наименования:

$$[R] = \frac{1}{Тл}\sqrt{\frac{кг\cdot В}{Кл}} = \frac{А\cdot м}{Н}\sqrt{\frac{кг\cdot Дж}{Кл^2}} = \frac{А\cdot м\cdot с^2}{кг\cdot м}\sqrt{\frac{кг^2\cdot м^2}{с^2\cdot Кл^2}} = м.$$

2. Для определения частоты вращения воспользуемся формулой, связывающей частоту со скоростью и радиусом кривизны траектории, $\nu = \dfrac{\upsilon}{2\pi R}$.

Подставив R из выражения (2) в эту формулу, получим $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{|e|}{m}B$. Производим вычисления:

$$\nu = \frac{1}{2\cdot 3{,}14}\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}}{9{,}1\cdot 10^{-31}}1{,}5\cdot 10^{-3} = 4.2\cdot 10^{7}\ Гц.$$

Проверим наименования:

$$[\nu] = \frac{Кл\cdot Тл}{кг} = \frac{Кл\cdot Н}{А\cdot м\cdot кг} = \frac{Кл}{А\cdot с^2} = с^{-1}.$$

Ответ: $R = 45\cdot 10^{-3}\,м,\ \ \nu = 4.2\cdot 10^{7}$ Гц.

Задача 5. Электрон, имея скорость υ=2 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B=30 мТл под углом α =30^0 к направлению линий индукции. Определить радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

Дано:
υ = 2 Мм/с
B = 30 мТл
α = 30^0
R – ?
h – ?

Решение:

Известно, что на заряженную частицу, влетевшую в магнитное поле, действует сила Лоренца, перпендикулярная векторам магнитной индукции $\vec{B}$ и скорости $\vec{\upsilon}$ частицы:

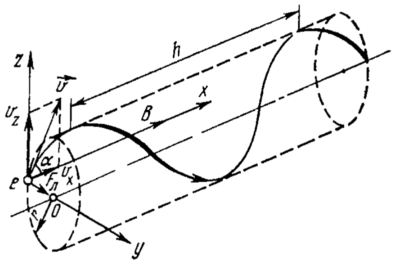
$$F = q\upsilon B \sin\alpha, \tag{1}$$

где q – заряд частицы.

В случае, если частицей является электрон, формулу (1) можно записать в виде

$$F=|e|\upsilon B \sin\alpha .$$

Так как вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости, то модуль скорости не будет изменяться под действием этой силы. Но при постоянной скорости, как это следует из формулы (1), останется постоянным и значение силы Лоренца. Из механики известно, что постоянная сила, перпендикулярная скорости, вызывает движение по окружности. Следовательно, электрон, влетевший в магнитное поле, будет двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, со скоростью, равной поперечной составляющей υ_z скорости (рисунок); одновременно он будет двигаться и вдоль поля со скоростью υ_x: $\upsilon_z=\upsilon \sin\alpha$, $\upsilon_x = \upsilon \cos\alpha$. В результате одновременного участия в движениях по окружности и по прямой электрон будет двигаться по винтовой линии. Радиус окружности, по которой движется электрон, найдем следующим образом.



Сила Лоренца F сообщает электрону нормальное ускорение a_n. По второму закону Ньютона $F=ma_n$, где $F=|e|\upsilon_z B$ и $a_n=\upsilon_z^2/R$. Тогда $|e|\upsilon_z B=\frac{m\upsilon_z^2}{R}$, откуда после сокращения на υ_z находим радиус винтовой линии:

$$R=\frac{m\upsilon_z}{|e|B}, \quad \text{или} \quad R=\frac{m\upsilon\ \sin\alpha}{|e|B}.$$

Проверим наименования:

$$[R]=\frac{кг\cdot м}{с\cdot Кл\cdot Тл}=\frac{кг\cdot м\cdot м\cdot А}{с\cdot Кл\cdot Н}=м.$$

Подставив значения величин m, υ, e, B и α и произведя вычисления, получим R = 0,19 мм.

Шаг винтовой линии равен пути, пройденному электроном вдоль поля со скоростью υ_x за время, которое понадобится электрону для того, чтобы совершить один оборот, $h=\upsilon_x T$, где $T=2\pi R/\upsilon_z$, или $h=2\pi R\upsilon \cos\alpha/(\upsilon \sin\alpha)=2\pi R\, ctg\alpha$.

Проверим наименования:

$$[h]=\frac{м\cdot м\cdot с}{с\cdot м}=м.$$

Подставив в эту формулу значения величин π, R и α и вычислив, получим

$$h = 2{,}06 \text{ мм}.$$

Ответ: R=0,19 мм, h = 2,06 мм.

Задания

1.1. На рис. 1.1 изображено сечение двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояние АС между проводниками равно 10 см, I_1=20 А, I_2 = 30 А. Найдите магнитную индукцию поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния M_1A=2 см, AM_2 =4 см и CM_3 =3см.

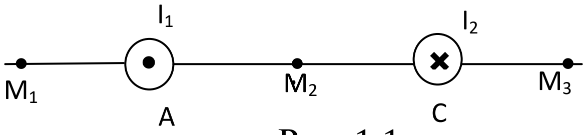


Рис. 1.1

1.2. На рис. 1.1 изображено сечение двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояние AC между проводниками равно 20 см, I_1=10 A, I_2 = 30 A. Найдите магнитную индукцию поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния M_1A=2 см, AM_2 =4 см и CM_3 =3см. Считать, что токи текут в одном направлении.

1.3. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной a=10 см, идет ток I=20 A. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

1.4. На рис. 1.2 изображено сечение трёх прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояния AC=CD=5 см; I_1=I_2=I; I_3=2I. Найдите точку на прямой AD, в которой индукция магнитного поля, вызванного токами I_1, I_2, I_3, равна нулю.

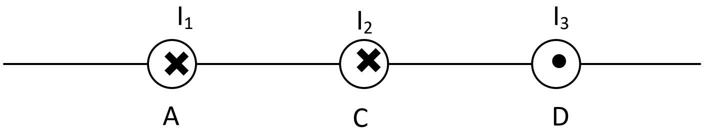


Рис. 1.2

1.5. На рис. 1.2 изображено сечение трёх прямолинейных бесконечно длинных проводников с током. Расстояния AC=CD=5 см; I_1=I_2=I; I_3=2I. Найдите точку на прямой AD, в которой индукция магнитного поля, вызванного токами I_1, I_2, I_3, равна нулю. Считать, что все токи текут в одном направлении.

1.6. По контуру в виде квадрата идет ток I=50A. Сторона квадрата a=20 см. Чему равна магнитная индукция B в точке пересечения диагоналей?

1.7. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток I=60A. Стороны прямоугольника a=30 см и b=40 см. Какое значение имеет магнитная индукция B в точке пересечения диагоналей?

1.8. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками d=10 см. По проводам в противоположном направлении текут токи силой I=10 A каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1=5 см от одного и r_2=4 см от другого провода.

1.9. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками d=5 см. По проводам в одном направлении текут токи силой I=30 A каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии r_1=4 см от одного и r_2=3 см от другого провода.

1.10. По контуру в виде треугольника идет ток I=5A. Сторона треугольника a=10 см. Чему равна магнитная индукция B в точке пересечения высот треугольника?

1.11. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками 5 см. По проводам текут токи в одном направлении 30 А каждый. Найдите индукцию магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 4 см от одного и 3 см от другого провода.

1.12. Расстояние между двумя длинными параллельными проводниками 5 см. По проводам текут токи в противоположных направлениях 10 А каждый. Найдите индукцию магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 2 см от одного и 3 см от другого провода.

1.13. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми равно 10 см, текут токи 20 и 30 А в одном направлении. Определите магнитную индукцию поля в точке, удаленной на одинаковое расстояние 10 см от обоих проводников.

1.14. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми равно 25 см, текут токи 20 и 30 А в противоположных направлениях. Определите магнитную индукцию поля в точке, удаленной на расстояние 30 см от первого и 40 см от второго проводника.

1.15. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми d=15 см, текут токи I_1=70 А и I_2=50 А в противоположных направлениях. Определить магнитную индукцию B в точке A, удаленной на r_1=20 см от первого и r_2=30 см от второго проводников.

1.16. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми d=20 см, текут токи I_1=40 А и I_2=80А в одном направлении. Определить магнитную индукцию B в точке A, удаленной от первого проводника на r_1 = 12 см и от второго – на r_2=16 см.

1.17. По двум бесконечно длинным параллельным проводникам текут токи одного направления величиной I=15 А. Вычислить напряженность H магнитного поля в точке, которая расположена на расстоянии 40 см от одного проводника и 30 см от другого, если расстояние между ними 50 см.

1.18. Два круговых витка радиусом 4 см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 0,1 м друг от друга. По виткам текут токи I_1= I_2=2 А. Найдите магнитную индукцию поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Токи в витках текут в одном направлении.

1.19. Два круговых витка радиусом 4 см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 0,1 м друг от друга. По виткам текут токи I_1= I_2=2 А. Найдите магнитную индукцию поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Токи в витках текут в противоположных направлениях.

1.20. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Магнитное поле в центре окружности В = 6,28 мкТл. Не изменяя силу тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определите магнитную индукцию поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

1.21. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией 31,4 мТл. Определите период обращения электрона.

1.22. Определите частоту обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле с индукцией 1 Тл.

1.23. Протон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ, влетая в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл, движется по окружности. Определите радиус этой окружности.

1.24. Серпуховской ускоритель протонов ускоряет эти частицы до энергии 76 ГэВ. Ускоренные протоны движутся по окружности радиусом 236 м и удерживаются на ней магнитным полем, перпендикулярным к плоскости орбиты. Найдите необходимое для этого магнитное поле.

1.25. Протон и альфа-частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона меньше радиуса кривизны траектории альфа-частицы?

1.26. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией 0,05 Тл. Определите момент импульса, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если траектория ее представляла дугу окружности радиусом 0,2 мм.

1.27. Найдите отношение q/m для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью 10^8 см/с в однородное магнитное поле напряженностью в $2 \cdot 10^5$ А/м, движется по дуге окружности радиусом 8,3 см. Направление скорости движения частицы перпендикулярно направлению магнитного поля.

1.28. Альфа-частица со скоростью 2 Мм/с влетает в магнитное поле с индукцией 1 Тл под углом $30°$. Определите радиус витка винтовой линии, которую будет описывать альфа-частица.

1.29. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 6 кВ, влетает в однородное магнитное поле под углом $30°$ к направлению поля и начинает двигаться по винтовой линии. Магнитная индукция поля равна 130 мТл. Найдите шаг винтовой линии.

1.30. Протон влетел в однородное магнитное поле под углом $60°$ к направлению линий поля и движется по спирали, радиус которой 2,5 см. Магнитная индукция поля равна 0,05 Тл. Найдите кинетическую энергию протона.

1.31. Два прямолинейных длинных проводника находятся на расстоянии 10 см друг от друга. По проводникам текут токи 20А и 30А. Какую работу на единицу длины проводников надо совершить, чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния 20 см?

1.32. Два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся друг от друга на расстоянии R. Чтобы их раздвинуть до расстояния 3R, на каждый сантиметр длины проводника затрачивается работа 220 нДж. Определите силу тока в проводниках.

1.33. Прямой проводник длиной 20 см, по которому течет ток 40А, находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл. Какую работу совершают силы поля, перемещая проводник на 20 см, если направление движения перпендикулярно линиям магнитной индукции и проводнику.

1.34. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,5 Тл, движется равномерно проводник со скоростью 20 см/с перпендикулярно полю. Длина проводника 10 см. По проводнику течет ток 2А. Найдите мощность, затрачиваемую на перемещение проводника.

1.35. Магнитная индукция однородного поля 0,4 Тл. В этом поле равномерно со скоростью 15 см/с движется проводник длиной 1 м так, что угол между проводником и индукцией поля равен $30°$. По проводнику течет ток 1А. Найдите работу перемещения проводника за 10 с движения.

1.36. Проводник длиной 1м расположен перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией 1,3 Тл. Определите ток в проводнике, если при движении его со скоростью 10 см/с в направлении, перпендикулярном полю и проводнику, за 4 с на перемещение проводника совершается работа 10 Дж.

1.37. В однородном магнитном поле с индукцией 18 мкТл в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, расположена плоская круговая рамка, состоящая из 10 витков площадью 100 см^2 каждый. В обмотке рамки течет ток 3А. Рамку поворачивают на $180°$ вокруг одного из диаметров. Какая работа при этом совершается?

1.38. Квадратный контур со стороной 20 см, по которому течет ток 20 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 10 мТл. Определите работу, совершаемую при повороте контура вокруг оси, лежащей в плоскости контура, на угол $180°$.

1.39. По круговому витку радиусом 15 см течет ток силой 10 А. Виток расположен в однородном магнитном поле с индукцией 40 мТл так, что нормаль к плоскости контура составляет угол $30°$ с вектором магнитной индукции. Определите изменение потенциальной энергии контура при его повороте на угол $90°$ в направлении увеличения угла.

1.40. Круглая рамка с током площадью 20 см^2 закреплена параллельно магнитному полю с индукцией 0,2 Тл, и на нее действует вращающий момент 0,6 мН·м. Когда рамку освободили, она повернулась на $90°$ и ее угловая скорость стала 20 с$^{-1}$. Определите силу тока, текущего в рамке.

1.41. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл равномерно вращается рамка, содержащая 1000 витков. Площадь рамки 150 см^2. Рамка делает 10 об/с. Определите максимальную ЭДС индукции в рамке. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна направлению поля.

1.42. Кольцо из алюминиевого провода помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца 20 см, диаметр провода 1 мм. Определите скорость изменения магнитного поля, если сила индукционного тока в кольце 0,5 А. Удельное сопротивление алюминия 26 нОм·м.

1.43. В магнитном поле, индукция которого 0,25 Тл, вращается стержень длиной 1 м с постоянной угловой скоростью 20 рад/с. Ось вращения проходит через конец стержня параллельно силовым линиям поля. Найдите ЭДС индукции, возникающую на концах стержня.

1.44. В магнитном поле с индукцией 0,1 Тл помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения проволоки 1 мм^2, площадь рамки 25 см^2. Нормаль к плоскости рамки параллельна силовым линиям поля. Какой заряд пройдет по рамке при исчезновении магнитного поля? Удельное сопротивление меди 17 нОм·м.

1.45. Кольцо из проволоки сопротивлением 1 мОм находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,4 Тл. Плоскость кольца составляет с линиями индукции угол $90°$. Определите заряд, который протечет по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца равна 10 см^2.

1.46. Найдите разность потенциалов на концах оси автомобиля, возникающую при горизонтальном движении его со скоростью 120 км/ч, если длина оси 1,5 м и вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля равна 40А/м.

1.47. На соленоид длиной 20 см и площадью поперечного сечения 30 см^2 надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет 320 витков и по ней течет ток 3 А. Какая ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде исчезает в течение 0,001 с?

1.48. Катушка диаметром 10 см, имеющая 500 витков, находится в магнитном поле. Ось катушки параллельна линиям магнитной индукции поля. Чему равно среднее значение ЭДС индукции в катушке, если магнитная индукция поля увеличивается в течение 0,1 с от нуля до 2 Тл?

1.49. Маховое колесо диаметром 3 м вращается вокруг горизонтальной оси со скоростью 3000 об/мин. Определите ЭДС, индуцируемую между ободом и осью колеса, если плоскость колеса составляет с плоскостью магнитного меридиана угол $60°$. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля равна 20 мкТл.

1.50. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,5 Тл, равномерно с частотой 300 мин$^{-1}$ вращается катушка, содержащая 200 витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь поперечного сечения катушки 100 см^2. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определите максимальную ЭДС, индуцируемую в катушке.

2. Механические колебания

Основные формулы

- Уравнение гармонических колебаний:

$$x = A sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где x – смещение точки от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; ω_0 – круговая (циклическая частота); t – время; φ_0 – начальная фаза колебаний.

- Круговая (циклическая частота):

$$\omega_0 = 2\pi\nu = 2\pi / T ,$$

где ν – частота колебаний; T – период колебаний.

• Скорость и ускорение при гармонических колебаниях:

$$\upsilon_x = \dot{x} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$a_x = \dot{\upsilon}_x = \ddot{x} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

• Возвращающая сила:

$$F_x = -kx = -kA\sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$F_x = ma_x = -mA\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где $k = m\omega_0^2$ – коэффициент упругой (квазиупругой) силы; m – масса материальной точки.

• Максимальная возвращающая сила:

$$F_{max} = kA = m\omega_0^2 A.$$

• Кинетическая энергия колеблющейся точки:

$$E_K = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} cos(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{kA^2}{2} cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

• Потенциальная энергия колеблющейся точки:

$$E_П = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} sin(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

• Полная энергия при гармонических колебаниях:

$$E = \frac{kx^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

• Периоды колебаний:

$T = 2\pi\sqrt{l/g}$ – математический маятник (l – длина нити, g - ускорение свободного падения),

$T = 2\pi\sqrt{m/k}$ – пружинный маятник (m – масса тела, k – жесткость пружины),

$T = 2\pi\sqrt{I/(mgd)}$ – физический маятник (I – момент инерции тела относительно оси, проходящей через точку подвеса, m – масса тела, d – расстояние от точки подвеса до центра масс).

• Уравнение затухающих колебаний:

$$x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где A_0 –амплитуда колебаний в начальный момент времени; $A_0 e^{-\beta \cdot t} = A$ – амплитуда затухающих колебаний; $\beta = r/2m$ – коэффициент затухания (r – коэффициент сопротивления, m – масса точки); ω – частота затухающих колебаний.

• Логарифмический декремент затухания:

$$\chi = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta \cdot T.$$

• Амплитуда результирующего колебания, полученного при сложении двух колебаний одинаковой частоты и одного направления:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}\,,$$

где A_1 и A_2 – амплитуды слагаемых колебаний; $\Delta\varphi$ - разность фаз слагаемых колебаний.

- Начальная фаза результирующего колебания определяется из формулы

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}\,.$$

- Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях с одинаковыми частотами:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - 2\frac{xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)\,,$$

где $(\varphi_2 - \varphi_1)$ - разность фаз складываемых колебаний.

Примеры решения задач

Задача. Материальная точка совершает гармоническое колебание, описываемое уравнением $x = 0{,}15 \sin \frac{\pi}{4} t$ (м). Определите амплитуду, период, частоту, циклическую частоту и начальную фазу колебания. Определите моменты времени, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение точки.

Дано:

$x = 0{,}15 \sin \frac{\pi}{4} t$ (м)

A-? T-? ν -? φ_0 - ? ω -?

Решение:

Запишем уравнение гармонических колебаний в общем виде:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)\,,$$

где A - амплитуда колебания; ω - циклическая частота колебания; φ_0 – начальная фаза.

Сравнивая это уравнение с заданным, получим A=0,15м; φ_0=0; $\omega = \frac{\pi}{4}$. Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, получаем $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4}$, т.е. T = 8 с. Частота колебаний $\nu = \frac{1}{T}$, т.е. ν =0,125 Гц.

Находим выражения для скорости и ускорения:

$$\upsilon = \dot{x} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)\,, \qquad a = \dot{\upsilon} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)\,.$$

Максимальная скорость точки $\upsilon_{\max} = A\omega$ будет в те моменты времени, при которых $|\,\tilde{n}\hat{\imath}\, s(\omega t + \varphi_0)\,| = 1$, т.е. $|\,\tilde{n}\hat{\imath}\, s\frac{\pi}{4}t\,| = 1$. Это значит, что

$$\frac{\pi}{4}t = k\pi,$$

где $k = 0, 1, 2...$, т.е. $t = 0, 4c, 8c...$ и т.д.

Максимальное ускорение точки $a_{max} = A\omega^2$ будет в те моменты времени, при которых $|\sin(\omega t + \varphi_0)| = 1$, т.е. $\left|\sin\frac{\pi}{4}t\right| = 1$. Это значит, что

$$\frac{\pi}{4}t = k\frac{\pi}{2},$$

где $k = 1,2...$ т.е. $t = 2c, 6c, 10c...$ и т.д.

Ответ: A=0,15м; φ_0=0; ν=0,125 Гц; T = 8 с; $\omega = \frac{\pi}{4}$; максимальная скорость точки в моменты времени $t = 0,\ 4\,c,\ 8\,c\ ...$; максимальное ускорение в моменты времени $t = 2\,c,\ 6\,c,\ 10\,c\ ...$

Задания

2.1. Уравнение движения точки дано в виде $x = 0,2\sin(\pi t + \pi/3)$м. Найти максимальные значения скорости и ускорения.

2.2. Точка совершает гармонические колебания с амплитудой 10 см и периодом 5 с. Определить максимальную скорость и максимальное ускорение.

2.3. Определите максимальные значения скорости и ускорения точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой 2 см и периодом 2 с.

2.4. Точка совершает гармонические колебания с периодом 8 с и начальной фазой, равной нулю. Определите, за какое время точка сместится от положения равновесия на половину амплитуды.

2.5. Точка совершает гармонические колебания с периодом 12 с. Определите, за какое время скорость точки увеличится от нуля до половины максимального значения.

2.6. Точка совершает гармонические колебания с периодом 12 с. Определите, за какое время ускорение точки увеличится от нуля до половины максимального значения.

2.7. Уравнение движения точки дано в виде $x = A\cos(\pi t/4)$. Определите моменты времени, при которых достигается максимальная скорость точки.

2.8. Уравнение движения точки дано в виде $x = A\cos(\pi t/2)$. Определите моменты времени, при которых достигается максимальное ускорение точки.

2.9. Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению $x = 0,15\cos(2\pi t)$м. Определите максимальное значение модуля возвращающей силы и полную энергию точки, если её масса 0,1 кг.

2.10. Определите отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические колебания, к её потенциальной энергии для моментов времени, при которых смещение от положения равновесия составляет: а) x=A/4; б) x=А/2; в) x=А, где А – амплитуда колебаний.

3. Электромагнитные колебания. Переменный ток. Электромагнитные волны

Основные формулы

- Связь периода T, частоты ν и циклической частоты ω колебаний:

$$T = 1/\nu, \quad T = 2\pi/\omega, \quad \omega = 2\pi\nu.$$

•Период электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \ ,$$

где L – индуктивность катушки; C – электроёмкость конденсатора.

•Зависимость заряда на пластинах конденсатора, разности потенциалов между ними и силы тока от времени в идеальном контуре:

$$q = q_m \cos(\omega t + \alpha),$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C}\cos(\omega t + \alpha) = U_m \cos(\omega t + \alpha),$$

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_m\omega \sin(\omega t + \alpha) = -I_m \sin(\omega t + \alpha),$$

где q_m – амплитуда заряда; $U_m = q_m / C$ – амплитуда напряжения; $I_m = q_m\omega$ – амплитуда силы тока; α – начальная фаза колебаний.

•Период электромагнитных колебаний в колебательном контуре при наличии сопротивления:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}},$$

где L – индуктивность катушки; C – электроёмкость конденсатора; R – сопротивление контура.

•Зависимость заряда на пластинах конденсатора, разности потенциалов между ними и силы тока от времени в колебательном контуре при наличии сопротивления (затухающие колебания):

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

$$U = U_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

$$I = I_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \psi)$$

где $\beta = R/2L$ – коэффициент затухания; α – начальная фаза колебаний; ψ – разность фаз между током и напряжением в контуре.

• Логарифмический декремент затухания:

$$\chi = \beta \cdot T .$$

• Полное сопротивление цепи переменного тока, содержащей последовательно включённые резистор сопротивлением R, катушку индуктивностью L и конденсатор электроёмкостью C, на концы которой подаётся переменное напряжение $U = U_m \cos\omega t$:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

где R – активное сопротивление; ωL – реактивное индуктивное сопротивление; $1/(\omega C)$ – реактивное емкостное сопротивление цепи.

• Разность фаз между напряжением и силой тока:

$$tg\,\psi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

• Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения:

$$I_Д = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U_Д = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где I_m и U_m – амплитудные значения силы тока и напряжения.

• Средняя мощность в цепи переменного тока:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_m U_m \cos\psi ,$$

где $$\cos\psi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

• Скорость электромагнитной волны в среде:

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad ,$$

где $c = 3\cdot 10^8 \, м/с$ – скорость электромагнитной волны в вакууме; ε – диэлектрическая проницаемость среды; μ – магнитная проницаемость среды.

• Длина электромагнитной волны:

$$\lambda = \upsilon \cdot T .$$

• Плотность энергии электромагнитной волны равна сумме плотностей энергий электрического и магнитного полей:

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

где $\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}$ Ô/ì – электрическая постоянная; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ *Гн/м* – магнитная постоянная; E- напряжённость электрического поля; H- напряжённость магнитного поля.

• Связь между мгновенными значениями напряжённостей электрического и магнитного полей электромагнитной волны:

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H .$$

• Энергия, переносимая волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно к направлению распространения волны:

$$S = w\cdot\upsilon = E\cdot H .$$

Задания

3.1. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью 2,22 нФ, катушки индуктивностью 1 мГн и резистора сопротивлением 2 Ом. Определите логарифмический декремент затухания колебаний.

3.2. Колебательный контур состоит из катушки, индуктивность которой 0,01 Гн, конденсатора электроёмкостью 0,405 мкФ и сопротивления в 2 Ом.

Во сколько раз уменьшится напряжение на конденсаторе за время, равное одному периоду колебаний?

3.3. Зависимость тока от времени в колебательном контуре задана уравнением: $I = -0{,}02\sin(400\pi t)$А. Индуктивность катушки 1Гн. Определите: 1) период колебаний; 2) электроёмкость конденсатора; 3) максимальное напряжение на конденсаторе; 4) максимальную энергию электрического и магнитного полей.

3.4. В идеальном колебательном контуре в начальный момент времени ток равен нулю, а заряд имеет максимальное значение, равное q_m. Через какую долю периода, начиная от начального значения, энергия в контуре распределится поровну между катушкой и конденсатором?

3.5. Через какое время (в долях периода t/T) на конденсаторе идеального колебательного контура заряд будет равен половине амплитудного значения?

3.6. Колебательный контур содержит катушку, индуктивность которой 10 мкГн, и конденсатор ёмкостью 1 нФ. Определите максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку, если общее число витков её равно 100, а максимальное напряжение равно 100 В.

3.7. Максимальное значение энергии в идеальном колебательном контуре равно 0,2 мДж. При медленном увеличении расстояния между пластинами частота колебаний увеличилась в 2 раза. Определите работу, совершённую при перемещении пластин.

3.8. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,1 Гн и конденсатора ёмкостью 39,5 мкФ. Запишите уравнения зависимости силы тока в контуре и напряжения на конденсаторе от времени, если максимальное значение заряда на конденсаторе равно 3 мкКл.

3.9. Колебательный контур содержит катушку индуктивности в виде соленоида длиной 5 см, площадью поперечного сечения 1,5 см^2 и числом витков 500. Определите собственную частоту электрических колебаний, если воздушный конденсатор в контуре имеет площадь пластин 100 см^2, а расстояние между пластинами 1,5 мм.

3.10. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 0,2 мГн и конденсатора, площадь пластин которого 155 см^2 и расстояние между ними 1,5 мм. Определите диэлектрическую проницаемость диэлектрика, расположенного между пластинами, если длина волны, соответствующая резонансу в контуре, равна 630 м.

4. Интерференция света

Основные формулы

• Скорость света и длина волны в среде:

$$\upsilon = \frac{c}{n}, \qquad \lambda = \frac{\lambda_0}{n},$$

где $c = 3 \cdot 10^8 \, м/с$ – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды, который показывает, во сколько раз скорость света в среде меньше, чем в вакууме; λ_0 – длина волны в вакууме.

• Оптическая длина пути световой волны:

$$L = nl,$$

где l– геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

• Оптическая разность хода двух световых волн:

$$\Delta = L_2 - L_1.$$

• Зависимость разности фаз δ от оптической разности хода Δ световых волн:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta,$$

где λ – длина световой волны.

• Условие интерференционных максимумов:

$$\Delta = \pm m\lambda \quad (m = 0,1,2,...).$$

• Условие интерференционных минимумов:

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 0,1,2,...).$$

• Координаты максимумов и минимумов интенсивности в опыте Юнга:

$$x_{max} = \pm m\frac{L}{d}\lambda; \quad x_{min} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{L}{d}\lambda,$$

где m = 0, 1, 2… – номер интерференционной полосы; d – расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии L от экрана $(L >> d)$.

• Ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{L}{d}\lambda.$$

• Оптическая разность хода при интерференции в тонких плёнках в проходящем свете:

$$\Delta = 2dn\cos r$$

или

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i},$$

в отражённом свете:

$$\Delta = 2dn\cos r + \frac{\lambda}{2}$$

или

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – ее показатель преломления; i – угол падения; r – угол преломления.

• Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем свете):

$$r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R} \quad (m = 1,2,...),$$

где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

• Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых в проходящем свете):

$$r_m = \sqrt{m\lambda R} \quad (m = 1,2,...).$$

• В случае «просветления оптики» интерферирующие лучи в отраженном свете гасят друг друга при условии

$$n = \sqrt{n_c},$$

где n_c – показатель преломления стекла; n – показатель преломления пленки.

Примеры решения задач

Задача 1. В опыте Юнга расстояние между щелями равно 1 мм, а расстояние от щелей до экрана равно 2 м. Определить положение третьих светлой и темной полос, если щели освещать монохроматическим светом с длиной волны 0,5 мкм.

Дано:

$L = 2 м$

$d = 1 мм = 0{,}001 м$

$\lambda = 0{,}5 мкм = 5 \cdot 10^{-7} м$

$m = 3$

$x_{3max} - ?$ $\quad x_{3min} - ?$

Решение:

Координаты максимумов и минимумов интенсивности в опыте Юнга

$$x_{max} = \pm m\frac{L}{d}\lambda; \quad x_{min} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{L}{d}\lambda,$$

где $m = 3$ – номер интерференционной полосы.

Получаем:

$$x_{3\max} = \pm 3\frac{2}{0{,}001}0{,}5 \cdot 10^{-6} = \pm 3 \cdot 10^{-3} м = \pm 3 мм,$$

$$x_{3\min} = \pm\left(3 + \frac{1}{2}\right)\frac{2}{0{,}001}0{,}5 \cdot 10^{-6} = \pm 3{,}5 \cdot 10^{-3} м = \pm 3{,}5 мм.$$

Ответ: $x_{3max} = \pm 3 мм; \quad x_{3min} = \pm 3{,}5 мм.$

Задача 2. На плоскопараллельную пленку с показателем преломления $n = 1{,}33$ под углом $i = 30^0$ падает параллельный пучок белого света. Определить, при какой наименьшей толщине пленки отраженный свет наиболее сильно окрасится в желтый ($\lambda = 0{,}6 мкм$).

Дано:

$n = 1{,}33$

$i = 30^0$

$\lambda = 0{,}6\,мкм = 6 \cdot 10^{-7}\,м$

$d_{min} - ?$

Решение:

Оптическая разность хода при интерференции в тонких плёнках в отраженном свете:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}. \qquad (1)$$

Условие интерференционных максимумов:

$$\Delta = \pm m\lambda \quad (m = 0{,}1{,}2{,}...). \qquad (2)$$

Приравнивая (1) и (2), получаем

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda.$$

Отсюда $d = \dfrac{m\lambda - \lambda/2}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$.

Минимальная толщина будет при $m = 1$. Таким образом,

$$d_{min} = \frac{\lambda(1 - 1/2)}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 \sin^2 i}}.$$

Подставляем числовые значения:

$$d_{min} = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1{,}33^2 - (1/2)^2}} = 1{,}22 \cdot 10^{-7}\,м.$$

Ответ: $d_{min} = 1{,}22 \cdot 10^{-7}\,м$.

Задача 3. Плосковыпуклая линза с радиусом сферической поверхности 12,5 см прижата к стеклянной пластине. Диаметр десятого темного кольца Ньютона в отраженном свете равен 1 мм. Определить длину волны света и радиус десятого светлого кольца в отраженном свете.

Дано:

$R = 12{,}5\,см = 0{,}125\,м$

$d_{10} = 1\,мм = 0{,}001\,м$ (темное)

$\lambda - ?$ $d_{10} - ?$ (светлое)

Решение:

Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_m = \sqrt{m\lambda R} \quad (m = 1{,}2{,}...),$$

где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Отсюда $\lambda = \dfrac{r_m^2}{mR}$. В нашем случае $m = 10$, поэтому

$$\lambda = \frac{r_{10}^2}{10R} = \frac{(d_{10}/2)^2}{10R} = \frac{0{,}25 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 0{,}125} = 0{,}2\,\text{мкм}.$$

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R} \quad (m = 1{,}2{,}...),$$

где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Для $m = 10$ получаем

$$r_{10} = \sqrt{(10 - \frac{1}{2})2 \cdot 10^{-7} 0{,}125} = 0{,}487\,мм.$$

Диаметр светлого кольца: $d_{10} = 2\,r_{10} = 0{,}97\,мм$.

Ответ: $\lambda = 0.2\,мкм$; $d_{10} = 0{,}97\,мм$.

Задания

4.1. На тонкий стеклянный клин (n=1,5) нормально падает монохроматический свет. Угол клина равен $4'$. Определить длину световой волны, если расстояние между двумя соседними интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,2 мм.

4.2. В опыте Юнга расстояние между щелями равно 1 мм, а расстояние от щелей до экрана равно 3 м. Определить: 1) положение первой светлой полосы; 2) положение третьей темной полосы, если щели освещать монохроматическим светом с длиной волны 0,5 мкм.

4.3. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга равно 0,5 мм. Длина волны света равна 0,6 мкм. Определить расстояние от щелей до экрана, если ширина интерференционных полос равна 1,2 мм.

4.4. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр (λ=0,5 мкм) заменить красным (λ=0,65 мкм)?

4.5. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны 600 нм, расстояние между отверстиями 1 мм и расстояние от отверстий до экрана 3 м. Найти положение трех первых полос.

4.6. Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками (n=1,5) положили очень тонкую проволочку. Проволочка находится на расстоянии 75 мм от линии соприкосновения пластинок и ей параллельна. В отраженном свете с длиной волны 0,5 мкм на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить толщину проволочки, если на протяжении 30 мм насчитывается 16 светлых полос.

4.7. На мыльную пленку с показателем преломления n=1,33 падает по нормали монохроматический свет с длиной волны 0,6 мкм. Отраженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова возможная наименьшая толщина пленки?

4.8. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны 500 нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину пленки, если показатель преломления материала пленки равен 1,4.

4.9. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления n=1,3. Пластинка освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны 640 нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

4.10. Пучок белого света падает нормально на стеклянную пластинку, толщина которой равна 0,4 мкм. Показатель преломления стекла равен 1,5. Какие длины волн, лежащие в пределах видимого спектра (0,4 ≤ λ ≤ 0,7 мкм), усиливаются в отраженном пучке?

5. Дифракция и поляризация света

Основные формулы

• Радиус внешней границы m - й зоны Френеля для сферической волны:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda} ,$$

где m – номер зоны Френеля; λ – длина волны; a и b – расстояния от волновой поверхности соответственно до точечного источника и до экрана, на котором дифракционная картина наблюдается.

• Радиус внешней границы m - й зоны Френеля для плоской волны:

$$r_m = \sqrt{bm\lambda} ,$$

где m – номер зоны Френеля; λ – длина волны; b – расстояние от диафрагмы с круглым отверстием до экрана, на котором дифракционная картина наблюдается.

• Условия дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально:

$$a \sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2} \text{ – условие максимума,}$$

$$a \sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} \text{ – условие минимума}$$

(m = 1, 2, 3, ...),
где a – ширина щели; φ – угол дифракции; m – порядок спектра; λ – длина волны.

• Условия главных максимумов и минимумов, а также дополнительных минимумов дифракционной решетки, на которую свет падает нормально:

$$d \sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} \text{ (} m \text{ = 0, 1, 2,...) – условие максимума,}$$

$$a \sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} \text{ (} k \text{ = 1, 2, 3...) – условие минимума,}$$

$$d\,sin\,\varphi = \pm m'\frac{\lambda}{N}$$

(m' = 1, 2, 3,...,кроме *0, N, 2N,...*) – условие добавочных минимумов,
где d – период (постоянная) дифракционной решетки; N – число штрихов решетки.

•Период дифракционной решетки:

$$d = \frac{1}{N_0},$$

где N_0 – число щелей, приходящихся на единицу длины решетки.

•Условие дифракционных максимумов от пространственной решетки (формула Вульфа – Брэггов):

$$2d\,sin\,\theta = \pm m\lambda \qquad (m = 1, 2, 3, ...),$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; θ – угол скольжения.

•Угловая дисперсия дифракционной решетки:

$$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d\,cos\,\varphi}.$$

•Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN,$$

где $\lambda, (\lambda + \delta\lambda)$ – длины волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой; m – порядок спектра; N – общее число штрихов решетки.

•Закон Малюса:

$$I = I_0\,cos^2\,\varphi,$$

где I – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор; I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; φ – угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

Если в анализаторе часть (k) световой энергии поглощается и отражается (теряется на поглощение и отражение), то закон Малюса выглядит так:

$$I = I_0(1-k)cos^2\,\varphi.$$

•Закон Брюстера:

$$tg\,i_B = n_{2,1},$$

где i_B – угол падения, при котором отраженный от диэлектрика луч является плоскополяризованным; $n_{2,1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

•Угол поворота плоскости поляризации:

– для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей:

$$\varphi = \alpha\,d;$$

– для оптически активных растворов:

$$\varphi = [\alpha]\,C\,d,$$

где d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе; α - постоянная вращения; $[\alpha]$ – удельная постоянная вращения; C – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Примеры решения задач

Задача 1. Определить наибольший порядок спектра, который может образовать дифракционная решетка, имеющая 500 штрихов на 1 мм, если длина волны падающего света 590 нм. Какую наибольшую длину волны можно наблюдать в спектре этой решетки?

Дано:	***Решение:***
$N_0 = 500 мм^{-1} = 5 \cdot 10^5 м^{-1}$ $\lambda = 590\, нм = 5{,}9 \cdot 10^{-7}\, м$	Условие главных максимумов дифракционной решетки $d \sin\varphi = \pm m\lambda$.
$m_{max} - ?$ $\lambda_{max} - ?$	Отсюда $$m = \frac{d \sin\varphi}{\lambda}. \quad (1)$$

Учитывая, что $d = \frac{1}{N_0}$, преобразуем формулу (1):

$$m = \frac{\sin\varphi}{\lambda N_0}. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что при заданных λ и N_0 наибольший порядок спектра m_{max} можно наблюдать при наибольшем значении $\sin\varphi_m = 1$, т.е.

$$m_{max} = \frac{\sin\varphi_m}{\lambda N_0} = \frac{1}{\lambda N_0}; \qquad m_{max} = \frac{1}{5{,}9 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^5} \approx 3.$$

Наибольшая длина волны, которую можно наблюдать с помощью этой решетки, равна

$$\lambda_{max} = \frac{d \sin\varphi_m}{m_{max}} = \frac{1}{m_{max} \cdot N_0}; \quad \lambda_{max} = \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 10^5} = 6{,}67 \cdot 10^{-7} (м).$$

Ответ: $m_{max} = 3$; $\lambda_{max} = 6{,}67 \cdot 10^{-7}\, м$.

Задача 2. Определить угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность света, прошедшего через эту систему, уменьшилась в восемь раз. Поглощением света пренебречь.

Дано:	***Решение:***
$\frac{I_{ест.}}{I} = 8$	По закону Малюса $I = I_0 \cos^2\varphi$, где $I_0 = 0{,}5 I_{ест.}$-интенсивность света, прошедшего через поляризатор.
$\varphi - ?$	Получаем, что $I = 0{,}5 I_{ест.} \cos^2\varphi$.

По условию $I_{ест.} = 8I = 8 \cdot 0{,}5 I_{ест.} \cos^2\varphi$. Отсюда $\cos^2\varphi = 1/4$.

$\cos\varphi = 1/2 \;\Rightarrow\; \varphi = 60^0$.

Ответ: $\varphi = 60^0$.

Задания

5.1. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (λ = 0,4 мкм) спектра третьего порядка?

5.2. На решетку с постоянной 0,006 мм нормально падает монохроматический свет. Угол между соседними спектрами первого и второго порядков $\Delta\alpha = 4°36'$. Определить длину световой волны. При решении использовать приближенное равенство $\sin\alpha \approx \alpha$.

5.3. Период дифракционной решетки 0,005 мм. Длина волны λ = 760 нм. Определить в спектре число наблюдаемых главных максимумов.

5.4. На дифракционную решетку длиной 2 мм, содержащую 2000 штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны 550 нм. Определите: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

5.5. Длина волны красной линии кадмия равна 6438 Å. Каков угол отклонения линии в спектре первого порядка, если дифракционная решетка имеет 5684 штриха на 1 см? Ширина решетки 5 см.

5.6. Сколько штрихов на 1 мм должна иметь дифракционная решетка, чтобы углу $\varphi = 90°$ соответствовал максимум 5-го порядка для света с длиной волны λ = 500 нм?

5.7. Период дифракционной решетки 0,005 мм. Длина волны λ= 440 нм. Определить в спектре число наблюдаемых главных максимумов.

5.8. Определите число штрихов на 1 мм дифракционной решетки, если углу $\varphi = 30°$ соответствует максимум четвертого порядка для монохроматического света с длиной волны 0,5 мкм.

5.9. На дифракционную решетку длиной 1,5 мм, содержащую 3000 штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны 550 нм. Определите: 1) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; 2) угол, соответствующий последнему максимуму.

5.10. Сколько штрихов на 1 мм должна иметь дифракционная решетка, чтобы углу $\varphi = 90°$ соответствовал максимум 4-го порядка для света с длиной волны λ = 400 нм?

5.11. Интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, уменьшилась в 8 раз. Пренебрегая поглощением света, определите угол между главными плоскостями николей.

5.12. Пучок естественного света падает на систему из 4 николей, главная плоскость каждого из которых повернута на угол 60° относительно главной плоскости предыдущего николя. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, проходящего через эту систему? Поглощением света пренебречь.

5.13. Между двумя скрещенными поляроидами размещается третий поляроид так, что его главная плоскость составляет угол 45° с главной плоскостью первого поляроида. Как изменится интенсивность естественного света, проходящего через такое устройство? Поглощением света в поляроидах пренебречь.

5.14. Во сколько раз ослабляется естественный свет, проходя через два николя, главные плоскости которых составляют угол 30°, если в каждом из николей на отражение и поглощение теряется 10% падающего на него светового потока?

5.15. Главные плоскости двух призм Николя, поставленных на пути луча, образуют между собой угол 60°. Как изменится интенсивность света, прошедшего через эти призмы, если угол между их плоскостями поляризации станет равным 30°?

5.16. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через эти призмы, уменьшилась в 4 раза? Поглощением света пренебречь.

5.17. Два николя расположены так, что угол между их главными плоскостями составляет $\varphi = 60°$. 1) Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света при прохождении его через один николь? 2) Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение составляют 5%.

5.18. Пучок естественного света падает на стекло с показателем преломления 1,73. Определить, при каком угле преломления отраженный от стекла пучок света будет полностью поляризован.

5.19. 1) Определить угол полной поляризации отраженного света для воды (n = 1,33), стекла (n =1,6) и алмаза (n = 2,42). 2) Как поляризован падающий луч, если в этом случае отраженные лучи отсутствуют?

5.20. Рентгеновское излучение с длиной волны 2 Å падает на монокристалл. Чему равен угол скольжения, если в спектре второго порядка получен максимум? Межплоскостное расстояние кристаллической решетки 0,3 нм.

6. Квантовая природа излучения

Основные формулы

• Поток энергии Φ_e, т.е. энергия, излучаемая (или поглощаемая) телом за единицу времени:

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt},$$

где dW – энергия, излучаемая (или поглощаемая) телом во всем диапазоне частот (длин волн) за время dt.

• Энергетическая светимость тела:

$$R_e = \frac{d\Phi_e}{ds} = \frac{dW}{ds\,dt},$$

где $d\Phi_e$ – поток излучения с участка поверхности тела площадью ds.

• Закон Стефана-Больцмана:

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e – энергетическая светимость (излучательность) чёрного тела; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ Вт/(м^2 К^4)$ – постоянная Стефана-Больцмана; T – абсолютная температура.

• Энергетическая светимость серого тела:

$$R_T^c = a_T \sigma T^4,$$

где a_T – поглощательная способность серого тела.

•Спектральная плотность энергетической светимости:

$$r_{\lambda,T} = \frac{dW}{ds\,dt\,d\lambda}.$$

•Связь энергетической светимости и спектральной плотности энергетической светимости чёрного тела:

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T}\,d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T}\,d\lambda.$$

• Закон смещения Вина:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

где $\lambda_{\max}$ – длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости чёрного тела; $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ м \cdot К$ – постоянная Вина.

• Зависимость максимальной спектральной плотности энергетической светимости чёрного тела от температуры:

$$(r_{\lambda,T})_{max} = CT^5,$$

где $C = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\ Вт/(м^3 К^5)$.

• Формула Рэлея-Джинса для спектральной плотности энергетической светимости чёрного тела:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *Дж / К* – постоянная Больцмана; ν – частота излучения; $c = 3 \cdot 10^8$ *м / с* – скорость света в вакууме.

• Энергия кванта света (фотона):

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda},$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ *Дж · с* - постоянная Планка.

• Импульс и масса фотона:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \qquad m = \frac{h\nu}{c^2}.$$

• Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon^2}{2},$$

где A – работа выхода электрона из металла; $\frac{m\upsilon^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг* – масса электрона.

Если $\upsilon = 0$, то $h\nu_0 = A$ или $hc/\lambda_0 = A$, где ν_0, λ_0 – «красная граница» фотоэффекта, т.е. минимальная частота или максимальная длина волны, при которой возможен фотоэффект.

• Связь между максимальной кинетической энергией электрона и задерживающим напряжением:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = eU_з,$$

где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *Кл* – заряд электрона.

• Давление света при нормальном падении на поверхность:

$$P = \varpi(1 + \rho),$$

где ρ – коэффициент отражения (для зеркальной поверхности $\rho_з = 1$, для чёрной поверхности $\rho_ч = 0$); $\varpi = \frac{E}{V} = \frac{E}{Stc}$ – объёмная плотность энергии излучения; $E = Nh\nu$ – энергия всех фотонов; S – площадь поверхности, на которую падает свет; c – скорость света в вакууме; t – время воздействия света; N – число фотонов; $V = Stc$ - объем.

• Изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta),$$

где λ и λ' – длина волны падающего и рассеянного излучения соответственно; m – масса электрона; θ – угол рассеяния.

Примеры решения задач

Задача 1. Исследования спектра излучения Солнца показывают, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны 0.5 мкм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: а) энергетическую светимость Солнца; б) поток энергии, излучаемой Солнцем; в) энергетическую освещенность поверхности Земли при нормальном падении лучей без учета поглощения в атмосфере.

Дано:	***Решение:***
$\lambda_{max} = 0{,}5 мкм = 5\cdot10^{-7} м$	*а*) Энергетическая светимость абсолютно черного тела выражается формулой Стефана – Больцмана
а) $R_e - ?$ б) $P - ?$ в) $E_e - ?$	$$R_e = \sigma T^4 \quad , \qquad (1)$$

где $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4) – постоянная Стефана – Больцмана;
T – абсолютная температура излучающей поверхности.

Температура может быть определена из закона смещения Вина

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \qquad (2)$$

где λ_{max} – длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела; $b = 2.9 \cdot 10^{-3}$ м · К – постоянная Вина.

Выразив из закона смещения Вина температуру и подставив ее в (1), получим

$$R_e = \sigma\left(\frac{b}{\lambda_{max}}\right)^4. \qquad (3)$$

Подставив эти числовые значения в (3) и произведя вычисления, получим

$$R_e = 5.67\cdot10^{-8}\left(\frac{2.9\cdot10^{-3}}{5\cdot10^{-7}}\right)^4 = 6.44\cdot10^7\, Вт/м^2.$$

б) Поток энергии P, излучаемой Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь его поверхности:
$P = R_e S = 4\pi r^2 R_e$, где $r = 6{,}96\cdot10^8 м$ - радиус Солнца.

Подставив числовые значения, найдем

$$P = 4\cdot3.14\cdot\left(6.96\cdot10^8\right)^2\cdot6.44\cdot10^7 = 3.93\cdot10^{26}\, Вт.$$

в) Энергетическую освещенность E_e поверхности Земли определим, если разделим поток энергии P, излучаемой Солнцем, на площадь S поверхности сферы, радиус которой равен среднему расстоянию от Земли до Солнца ($R = 1{,}50\cdot10^{11} м$):

$$E_e = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi R^2}, \qquad (5)$$

Подставив числовые значения в (5), получим:

$$E_e \frac{3.93 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3.14 \left(1.50 \cdot 10^{11}\right)^2} = 1400\, Вт/м\,.$$

Ответ: а) $R_e = 6.44 \cdot 10^7\, Вт/м^2$; б) $P = 3.93 \cdot 10^{26}\, Вт$; в) $E_e = 1400\, Вт/м$.

Задача 2. Красная граница фотоэффекта для цезия равна $\lambda_0 = 6.53 \cdot 10^{-7}$ м. Определить скорость фотоэлектронов при облучении цезия фиолетовыми лучами с длиной волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м ($h = 6.625 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с; $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг).

Дано:

$\lambda_0 = 6.53 \cdot 10^{-7}$ м

$\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м

$h = 6.625 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

$m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ кг

$\upsilon - ?$

Решение:

Скорость фотоэлектронов может быть определена из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Работу выхода электрона из цезия можно определить, зная красную границу фотоэффекта, т.е. ту минимальную энергию, при которой еще наблюдается фотоэффект:

$$A = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}.$$

Определяя из уравнения Эйнштейна скорость электрона, получим

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2h\nu - 2A}{m}} = \sqrt{\frac{2h\, c/\lambda - 2h\, c/\lambda_0}{m}} = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)}.$$

Подставляем числовые значения:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{9.11 \cdot 10^{-31}}\left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{6.53 \cdot 10^{-7}}\right)}$$

$$\upsilon = 4.5 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\upsilon = 4.5 \cdot 10^5$ м/с.

Задача 3. На идеальную отражающую плоскую поверхность падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}55\, мкм$. Мощность излучения $\Phi_e = 0{,}45\, Вт$. Определить: 1) число фотонов N, падающих на поверхность за время $t = 3с$; 2) силу давления F, испытываемую поверхностью.

Дано:	***Решение:***
$\lambda = 0{,}55 мкм = 5{,}5 \cdot 10^{-7} м$ $\Phi_e = 0{,}45\ Вт$ $t = 3 с$ $\rho = 1$	1) Энергия фотонов: $E = h\dfrac{c}{\lambda} \cdot N$, где $c = 3 \cdot 10^8\ м/с$ -скорость света. Мощность: $\Phi_e = \dfrac{E}{t} = \dfrac{hcN}{\lambda t}$. Отсюда $N = \dfrac{\Phi_e \lambda t}{ch}$. Подставляя
$N - ?\quad F - ?$	

числовые значения, получаем $N = \dfrac{0{,}45 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-7} \cdot 3}{3 \cdot 10^8 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 3{,}73 \cdot 10^{18}$.

2) Давление света на поверхность:

$$P = \frac{E}{tSc}(1+\rho) = \frac{\Phi_e}{Sc}(1+\rho).$$

Сила давления $F = P \cdot S = \dfrac{\Phi_e}{c}(1+\rho)$. Подставляем числа:

$$F = \frac{0{,}45}{3 \cdot 10^8}(1+1) = 3 \cdot 10^{-9}\ Н.$$

Ответ: $N = 3{,}73 \cdot 10^{18}$; $F = 3 \cdot 10^{-9}\ Н$.

Задания

6.1. Определить количество теплоты, теряемой 50 см^2 поверхности расплавленной платины за 1 мин, если поглощательная способность платины 0,8. Температура плавления платины равна 1770°*С*.

6.2. Энергетическая светимость чёрного тела равна 10 кВт/м^2. Определите длину волны, соответствующую максимуму спектральной плотности энергетической светимости этого тела.

6.3. Чёрное тело находится при температуре 3000 К. При остывании тела длина волны, соответствующая максимуму энергетической светимости, изменилась на 8 мкм. Определите температуру, до которой тело охладилось.

6.4. Чёрное тело нагрели от температуры 600 К до 2400 К. Определите: 1) во сколько раз увеличилась его энергетическая светимость; 2) на сколько уменьшилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости.

6.5. В результате нагревания чёрного тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с 2,7 мкм до 0,9 мкм. Определите, во сколько раз увеличилась: 1) энергетическая светимость тела; 2) максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела.

6.6. Металлическая поверхность площадью 15 $см^2$, нагретая до температуры 3000 К, излучает в одну минуту 100 кДж. Определите: 1) энергию, излучаемую этой поверхностью, считая её чёрной; 2) отношение энергетических светимостей этой поверхности и чёрного тела при данной температуре.

6.7. Мощность излучения чёрного тела равна 34 кВт. Найти температуру этого тела, его поверхность равна 0,6 $м^2$.

6.8. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке равна 2450 К. Отношение её излучения к излучению чёрного тела при данной температуре равно 0,3. Найти величину излучающей поверхности спирали.

6.9. Мощность излучения чёрного тела равна 10^5 кВт. Найти величину излучающей поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, равна 700 нм.

6.10. Найти, какое количество энергии с одного квадратного сантиметра поверхности в одну секунду излучает чёрное тело, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны 4840 Å.

6.11. Фотоэффект для некоторого металла начинается при частоте падающего света $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Задерживающее напряжение равно 3 В. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) частоту применяемого излучения.

6.12. Фотоны с энергией 5 эВ вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода 4,7 эВ. Определите максимальный импульс, предаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

6.13. Задерживающее напряжение для платиновой пластины (работа выхода 6,3 эВ) составляет 3,7 В. При тех же условиях для другой пластины задерживающее напряжение равно 5,3 В. Определите работу выхода электронов из этой пластины.

6.14. Длина волны падающего света 400 нм, задерживающее напряжение равно 1,2 В. Определите «красную границу» фотоэффекта.

6.15. «Красная граница» фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны 400 нм.

6.16. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны 400 нм. Определите наименьшее задерживающее напряжение, при котором фототок прекратится. Работа выхода электронов из калия равна 2,2 эВ.

6.17. «Красная граница» фотоэффекта для некоторого металла равна 500 нм. Определите минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект.

6.18. Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, если фототок прекращается при задерживающем напряжении 3,7 В.

6.19. Определите работу выхода электронов из натрия, если «красная граница» фотоэффекта равна 5000 Å.

6.20. Красная граница фотоэффекта для цезия 6530 Å. Определите скорость фотоэлектронов при облучении цезия светом длиной волны 4000Å.

6.21. Давление света с длиной волны 500 нм на зачернённую поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,12 мкПа. Определите число фотонов, падающих ежесекундно на 1 м^2 поверхности.

6.22. На идеально отражающую поверхность площадью 5 см^2 за время 3 мин нормально падает монохроматический свет, энергия которого 9 Дж. Определите световое давление, оказываемое на поверхность.

6.23. Определите давление света на стенки электрической 150-ваттной лампочки, принимая, что вся потребляемая мощность идёт на излучение и стенки лампочки отражают 15% падающего на них света. Считать лампочку сферическим сосудом радиусом 4 см.

6.24. Давление света с длиной волны 500 нм на зачернённую поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно 0,15 мкПа. Определите число фотонов, падающих на поверхность площадью 10 см^2 за 1 с.

6.25. Пучок света с длиной волны 4900 Å, падая нормально на поверхность, производит давление $5 \cdot 10^{-6}$ Па. Сколько квантов света падает ежесекундно на единицу площади этой поверхности? Коэффициент отражения света равен 0,25.

6.26. Рентгеновские лучи с длиной волны 0,708 Å испытывают комптоновское рассеяние на парафине. Найдите длину волны рентгеновских лучей, рассеянных в направлении: 1) $\theta = \pi/2$; 2) $\theta = \pi$.

6.27. Какова длина волны рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения графитом под углом 60° длина волны рассеянного излучения оказалась равной $2{,}54 \cdot 10^{-7}$.

6.28. Рентгеновские лучи с длиной волны 0,2 Å испытывают комптоновское рассеяние под углом 90°. Определите изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии.

6.29. В явлении Комптона энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен 90°. Определите энергию и импульс рассеянного фотона.

6.30. Энергия рентгеновских лучей равна 0,6 МэВ. Определите энергию электрона отдачи, если известно, что длина волны рентгеновских лучей после комптоновского рассеяния изменилась на 20%.

7. Теория атома водорода по бору.
Элементы квантовой механики

Основные формулы и законы

•Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний):

$$m_e \upsilon\, r_n = n\hbar = n\frac{h}{2\pi} \quad (n = 1, 2, 3,\ldots),$$

где $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ êã – масса электрона; υ – скорость электрона на n-й орбите, радиус которой равен r_n; n – номер стационарного состояния; $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ *Дж·с* – постоянная Планка.

•Второй постулат Бора (правило частот):

$$h\nu = E_n - E_m,$$

где ν – частота излученного (поглощенного) кванта энергии; E_n, E_m – энергии стационарных состояний атома соответственно до и после излучения (поглощения).

•Обобщенная формула Бальмера, описывающая серии линий в спектре атома водорода:

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где ν – частота спектральных линий в спектре атома водорода; $R = 3{,}29\cdot 10^{15}\ c^{-1}$ - постоянная Ридберга; m – целое число, определяет серию линий в спектре атома водорода:

$m = 1$ – серия Лаймана (расположена в ультрафиолетовой части);
$m = 2$ – серия Бальмера (расположена в видимой части спектра);
$m = 3$ – серия Пашена;
$m = 4$ – серия Брэкета;
$m = 5$ – серия Пфунда; расположены в инфракрасной
$m = 6$ – серия Хэмфри. части спектра

$n = m + 1$ – определяет отдельные линии соответствующей серии m.

•Радиус n-й орбиты электрона в атоме водорода:

$$r_n = n^2\frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_o}{m_e e^2},$$

где $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}055\cdot 10^{-34}$ *Дж·с* – постоянная Планка;

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\ Ф/м$ – электрическая постоянная; $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ *Кл* – заряд электрона;

m_e – масса электрона.

•Энергия n-го стационарного состояния атома водорода:

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{m_e e^4}{8h^2{\varepsilon_o}^2},$$

где n – номер стационарной орбиты.

•Энергия электрона в атоме водорода:

$$E_n = \frac{E_i}{n^2},$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода.

•Потенциал ионизации:

$$\varphi_i = E_i / e.$$

•Потенциал возбуждения:

$$\varphi_n = \frac{E_{n+1} - E_1}{e}.$$

•Длина волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon},$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot с$ – постоянная Планка; $p = m\upsilon$ – импульс частицы (m – масса частицы; υ – её скорость).

•Связь импульса частицы $\boldsymbol{p}$ с ее кинетической энергией T:

$$p = \frac{\sqrt{T(T + 2mc^2)}}{c},$$

где m – масса покоя частицы.

При малых скоростях $p = \sqrt{2mT}$.

Соотношение неопределенностей Гейзенберга:

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2 \\ \Delta y \Delta p_y \geq \hbar / 2, \\ \Delta z \Delta p_z \geq \hbar / 2 \end{cases}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2,$$

где $\Delta x, \Delta p, \Delta E, \Delta t$ – соответственно неопределенности координаты, импульса, энергии и времени; $\hbar = h / 2\pi$.

•Нестационарное уравнение Шредингера:

$$i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U\Psi.$$

•Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0,$$

где $\Psi = \Psi(r,t)$ – волновая функция микрочастицы; E – полная энергия микрочастицы; $U = U(x,y,z)$ – потенциальная энергия частицы;

$\vec{r}$ – пространственная координата ($\vec{r} = \vec{r}\,(x,y,z)$); t – время; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа (записан в декартовых координатах); m – масса микрочастицы; $\hbar = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Äæ · ñ – постоянная Планка; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

•Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi(x) = 0.$$

•Условие нормировки волновой функции:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x)|^2 dx = 1 \qquad \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(\vec{r})|^2 dV = 1 \right).$$

•Плотность вероятности:

$$\frac{dW(x)}{dx} = |\Psi(\vec{r})|^2 \qquad \left(\frac{dW(\vec{r})}{dV} = |\Psi(\vec{r})|^2 \right),$$

где $dW(x)$ – вероятность того, что частица может быть обнаружена вблизи точки с координатой x на участке dx.

•Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx \cdot$$

•Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика шириной l ($0 \geq x \geq l$):

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$$

(собственная нормированная волновая функция),

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2\, m l^2}$$

(собственное значение энергии),

где n – главное квантовое число (n = 1, 2, 3,…). В области $0 \geq x \geq l$ $U = \infty$ и $\Psi(x) = 0$.

Примеры решения задач

Задача 1. Определить максимальную и минимальную энергии фотона в видимой серии спектра водорода (серии Бальмера).

Дано:
$Z = 1$
$m = 2$
$n_{max} = \infty$
$n_{min} = 3$
$E_{\max} - ?$
$E_{\min} - ?$

Решение:

Энергия фотона определяется по формуле

$$E = h\nu,$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ *Дж*$\cdot c$ – постоянная Планка;

ν - частота, определяемая в данном случае по формуле Бальмера:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

Получаем:

$$E_{max} = h\nu_{max} = hR\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = \frac{1}{4}hR,$$

$$E_{min} = h\nu_{min} = hR\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{5}{36}hR.$$

Подставляем числа:

$$E_{max} = \frac{1}{4}6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot c \cdot 3{,}29 \cdot 10^{15}\,c^{-1} = 5{,}45 \cdot 10^{-19}\,Дж,$$

$$E_{min} = \frac{5}{36}6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot c \cdot 3{,}29 \cdot 10^{15}\,c^{-1} = 3{,}03 \cdot 10^{-19}\,Дж.$$

Ответ: $E_{\max} = 5{,}45 \cdot 10^{-19}\,Дж$, $E_{min} = 3{,}03 \cdot 10^{-19}\,Дж$.

Задача 2. Определить, насколько изменилась энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $4{,}86 \cdot 10^{-7}$ м.

Дано:
$\lambda = 4{,}86 \cdot 10^{-7}\,м$
$\Delta E - ?$

Решение:

$$\Delta E = h\nu,$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot c$ – постоянная Планка; $\nu = \frac{c}{\lambda}$ - частота излучения, т.е.

$$\Delta E = h\frac{c}{\lambda}.$$

Подставляем числа:

$$\Delta E = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,Дж \cdot c \cdot 3 \cdot 10^{8}\,м/c}{4{,}86 \cdot 10^{-7}\,м} = 4{,}1 \cdot 10^{-19}\,Дж.$$

Ответ: $\Delta E = 4{,}1 \cdot 10^{-19}\,Дж$.

Задания

7.1. Атомарный водород освещается ультрафиолетовым излучением с длиной волны 100 нм. Определите, какие спектральные линии появятся в спектре излучения атомарного водорода.

7.2. Какую наименьшую энергию (в электронвольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий спектра водорода?

7.3. Какую наименьшую скорость должны иметь эти электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов проявились все линии всех серий спектра водорода?

7.4. Максимальная длина волны спектральной линии в серии Лаймана равна 0,122 мкм. Полагая, что постоянная Ридберга неизвестна, определите максимальную длину волны в серии Бальмера.

7.5. Определите потенциал ионизации и первый потенциал возбуждения атома водорода.

7.6. Определите наибольшую и наименьшую частоты волн в серии Бальмера.

7.7. Определите наибольшую и наименьшую длины волн в серии Лаймана.

7.8. Определите кинетическую, потенциальную и полную энергии электрона на первой стационарной орбите в атоме водорода.

7.9. Определите угловую скорость электрона на первой стационарной орбите в атоме водорода.

7.10. Определите период обращения электрона на первой стационарной орбите в атоме водорода.

8. Элементы физики атомного ядра и элементарных частиц

Основные формулы и законы

•Массовое число ядра (число нуклонов в ядре):

$$A = Z + N,$$

где Z – зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

•Радиус ядра с массовым числом A:

$$R = 1{,}23 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3}\ м.$$

•Дефект массы ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - {}_Z^A m_Я,$$

где m_p, m_n и ${}_Z^A m_Я$ – соответственно масса протона, нейтрона и ядра.

Если взять не массу ядра ${}_Z^A m_Я$, а массу атома (изотопа) ${}_Z^A m$ и вместо массы протона массу атома водорода ${}_1^1 m_H$, то

$$\Delta m = Z\,{}^{1}_{1}m_{H} + (A - Z)\,m_{n} - {}^{A}_{Z}m \ .$$

•Энергия связи и удельная энергия связи:

$$E_{CB} = \Delta m \cdot c^2, \ E_{УД} = E_{CB} / A.$$

Если массы измерять в а.е.м., то $E_{CB} = 931{,}5 \cdot \Delta m (МэВ)$, так как 1 а.е.м.$\cdot$с^2 = 931,5 МэВ.

•Закон радиоактивного распада:

$$dN = -\lambda N\, dt \ \text{ или } \ N = N_o e^{-\lambda t} \ ,$$

где dN – число ядер, распадающихся за время dt; N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t; N_o – число ядер в начальный момент времени (t=0); λ – постоянная радиоактивного распада.

- Период полураспада:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}.$$

•Среднее время жизни радиоактивного ядра:

$$\tau = 1/\lambda \ .$$

•Активность радиоактивного изотопа – число распадов за 1 с:

$$A = -dN / dt = \lambda N \ \text{ или } A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \ .$$

В СИ активность измеряется в беккерелях (Бк), внесистемная единица активности – кюри (Ки), $1 \, Ки = 3{,}7 \cdot 10^{10} \, Бк$.

•Правила смещения для α-распада:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{2}_{4}He \, .$$

•Правила смещения для β^--распада:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{\nu}_e \quad .$$

•Правила смещения для β^+-распада:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu_e \, .$$

•Энергетический эффект ядерной реакции (в МэВ):

$$Q = 931{,}5 \left[\sum m_i - \sum m_j \right],$$

где $\sum m_i$ – сумма масс (в а.е.м.) исходных реагентов; $\sum m_j$ – сумма масс (в а.е.м.) продуктов реакции.

• Основные дозиметрические величины:

1) поглощенная доза излучения $D_п = \Delta E_{погл}/m$;
2) экспозиционная доза $D_э = q / m$ (1р = $2{,}58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг);
3) биологический эквивалент рентгена (1 бэр = 10^{-9} Дж/кг);
4) мощность дозы излучения $P_п = D_п/\Delta t$ или $P_э = D_э/\Delta t$, где Δt – длительность облучения.

Примеры решения задач

Задача 1. Определите, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за один год оно уменьшилось в четыре раза.

Дано:

$t_1 = 1$ãî ä

$t_2 = 3$ãî äà

$\frac{N_0}{N_1} = 3$

$\frac{N_0}{N_2} - ?$

Решение:

Закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}$, где λ - постоянная радиоактивного распада.

Следовательно:

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda t_1}$$

и

$$N_2 = N_0 e^{-\lambda t_2}.$$

Получаем:

$$\frac{N_0}{N_1} = e^{\lambda t_1} = 4,$$

отсюда

$$\lambda = \frac{\ln 4}{t_1}.$$

$$\frac{N_0}{N_2} = e^{\lambda t_2} = e^{\frac{\ln 4 t_2}{t_1}} = e^{3\ln 4} = 64.$$

Ответ: уменьшится в 64 раза.

Задача 2. Определите, выделяется или поглощается энергия при следующей ядерной реакции: ${}^7_3Li + {}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + {}^4_2He$. Чему она равна?

Решение: Нам необходимо найти энергетический эффект ядерной реакции. Причем, если массу брать в атомных единицах массы (а.е.м.), то энергия получится в мегаэлектронвольтах (МэВ):

$$Q = 931{,}5\left[\sum m_i - \sum m_j\right] \text{ (МэВ)},$$

где $\sum m_i$ – сумма масс (в а.е.м.) исходных реагентов; $\sum m_j$ – сумма масс (в а.е.м.) продуктов реакции.

Если сумма масс исходных элементов больше суммы масс продуктов реакции, то избыточная энергия выделяется, если меньше, то недостающая энергия поглощается.

Находим по таблице массы элементов, участвующих в реакции:

$m_{{}^7_3Li}$=7,01823 а.е.м., $m_{{}^1_1H}$ =1,00814 а.е.м., $m_{{}^4_2He}$=4,00387 а.е.м.

$\sum m_i$ =7,01823 а.е.м.+ 1,00814 а.е.м.=8,02637 а.е.м.,

$\sum m_j$ =4,00387 а.е.м.+ 4,00387 а.е.м.=8,00774 а.е.м.

Видим, что $\sum m_i > \sum m_j$.

Следовательно, энергия выделяется.
Посчитаем ее:

$$Q = 931{,}5\left[8{,}02637 - 8{,}00774\right] = 17{,}35\,МэВ.$$

Ответ: $Q = 17{,}35\,МэВ$.

Задания

8.1. Образец содержит 1000 радиоактивных атомов (изотопов) с периодом полураспада Т. Сколько атомов останется через промежуток Т/2?

8.2. За какое время произойдет распад 2 мг полония ${}^{210}_{84}Po$, если в начальный момент его масса 0,2 г? (Период полураспада полония 138 суток).

8.3. Сколько ядер распадается за 1 с в куске урана ${}^{238}_{92}U$ массой 1 кг? Какова активность этого урана? (Период полураспада урана $4{,}5 \cdot 10^9$ лет).

8.4. Определите энергию, выделяющуюся при следующей реакции:

$${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{4}_{2}He$$

8.5. Определите энергию, выделяющуюся при следующей реакции:

$${}^{6}_{3}Li + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$$

8.6. Определите энергию, выделяющуюся при следующей реакции:

$${}^{6}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + {}^{4}_{2}He$$

8.7. Определите энергию и удельную энергию связи для ядер изотопов урана ${}^{235}_{92}U$.

8.8. Определите энергию и удельную энергию связи для ядер изотопов гелия ${}^{3}_{2}He$.

8.9. Определите энергию и удельную энергию связи для ядер изотопов урана ${}^{238}_{92}U$.

8.10. Определите удельную энергию связи для ядер гелия ${}^{4}_{2}He$.

Рекомендуемая литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 2010.
2. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М.: Наука, 2010. – Т.1-3.
3. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский, Л.Б. Милковская. – М.: Высш. шк., 2009.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Справочные таблицы некоторых постоянных величин

1. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$м

2. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$м^3/(кг·с^2)
Постоянная (число) Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная Вина	b	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянные Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с;
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя электрона	m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1{,}672\cdot10^{-27}$ кг
Масса покоя нейтрона	m_n	$1{,}675\cdot10^{-27}$ кг

3. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70\cdot10^3$	Медь	$8{,}93\cdot10^3$
Барий	$3{,}50\cdot10^3$	Никель	$8{,}90\cdot10^3$
Ванадий	$6{,}02\cdot10^3$	Свинец	$11{,}3\cdot10^3$
Висмут	$9{,}80\cdot10^3$	Серебро	$10{,}5\cdot10^3$
Железо	$7{,}88\cdot10^3$	Цезий	$1{,}90\cdot10^3$
Литий	$0{,}53\cdot10^3$	Цинк	$7{,}15\cdot10^3$

4. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4^0С)	$1{,}00\cdot10^3$	Сероуглерод	$1{,}26\cdot10^3$
Глицерин	$1{,}26\cdot10^3$	Керосин	$0{,}80\cdot10^3$
Ртуть	$13{,}6\cdot10^3$	Спирт	$0{,}80\cdot10^3$

5. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

6. Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

7. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Керосин	2,0	Полиэтилен	2,3
Парафин	2,0	Стекло	6,0

8. Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0\cdot10^{-10}$	Гелий	$1{,}9\cdot10^{-10}$
Водород	$2{,}3\cdot10^{-10}$	Кислород	$2{,}7\cdot10^{-10}$

9. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротив-ление, нОм·м	Металл	Удельное сопротив-ление, нОм·м
Медь	17	Нихром	1100
Алюминий	26	Серебро	16

10. Множители и приставки для преобразования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка		Пример		Множитель	Приставка		Пример	
	Наименование	Обозначение				Наименование	Обозначение		
10^{18}	экса	Э	эксаметр	Эм	10^{-1}	деци	д	дециметр	дм
10^{15}	пета	П	петагерц	ПГц	10^{-2}	санти	с	сантиметр	см
10^{12}	тера	Т	тераджоуль	ТДж	10^{-3}	милли	м	миллиампер	мА
10^{9}	гига	Г	гиганьютон	ГН	10^{-6}	микро	мк	микровольт	мкВ
10^{6}	мега	М	мегаом	МОм	10^{-9}	нано	н	наносекунда	нс
10^{3}	кило	к	километр	км	10^{-12}	пико	п	пикофарад	пФ
10^{2}	гекто	г	гектоватт	гВт	10^{-15}	фемто	ф	фемтограмм	фг
10^{1}	дека	да	декалитр	дал	10^{-18}	атто	а	аттокулон	аКл

Содержание